

Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	1. Operacións con números
Actividade	5. Razóns e proporcións. Porcentaxes
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD01_A05_ Razóns e proporcións. Porcentaxes. RTF

Índice

1.	Ficha técnica	4
1.1	Título	4
1.2	Obxectivos.....	4
1.3	Contidos	4
1.4	Aspectos metodolóxicos	4
1.5	Descrición do que se vai aprender.....	4
2.	Descrición da actividade	5
1.6	Introdución.....	5
1.7	Tarefas	6
1.7.1	Tarefa 1: Cálculo do termo descoñecido dunha proporción	6
	Exercicio 1.1 (distancia).....	6
	Autoavaliación	6
1.7.2	Tarefa 2: Recoñecer se dúas magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais.....	7
	Exercicio 2.1 (distancia).....	7
	Autoavaliación	7
1.7.3	Tarefa 3: Resolución de problemas de proporcionalidade	7
	Exercicio 3.1 (presencial)	7
	Autoavaliación	7
	Exercicio 3.2 (distancia).....	8
	Autoavaliación	8
	Exercicio 3.3 (presencial)	8
	Autoavaliación	8
1.7.4	Tarefa 4: Resolución de problemas de reparticións proporcionais.....	9
	Exercicio 4.1 (presencial)	9
	Autoavaliación	9
	Exercicio 4.2 (presencial)	9
	Autoavaliación	9
1.7.5	Tarefa 5: Resolución de problemas de porcentaxes	10
	Exercicio 5.1 (presencial)	10
	Autoavaliación	10
	Exercicio 5.2 (distancia).....	10
	Autoavaliación	10
	Exercicio 5.3 (distancia).....	11
	Autoavaliación	11
	Exercicio 5.4 (distancia).....	12
	Autoavaliación	12
	Exercicio 5.5 (presencial)	12
	Autoavaliación	12
1.7.6	Tarefa 6: Resolución de problemas de aumentos e diminucións porcentuais	12
	Exercicio 6.1 (presencial)	12
	Autoavaliación	12
	Exercicio 6.2 (presencial)	12
	Autoavaliación	12
	Exercicio 6.3 (distancia).....	12

1. Ficha técnica

1.1 Título

- Título: Razóns e proporcións. Porcentaxes.
- Descrición: .
- Nome do arquivo da actividade: UD01_A05_ Razóns e proporcións. Porcentaxes. RTF

1.2 Obxectivos

- Comprender os conceptos de razón e proporción.
- Recoñecer se dúas magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais.
- Resolver problemas nos que interveñen dúas ou máis magnitudes directa ou inversamente proporcionais.
- Facer reparticións directamente proporcionais.
- Resolver problemas de porcentaxes.
- Resolver problemas de aumentos e diminucións porcentuais.

1.3 Contidos

- Razóns e proporcións.
- Magnitudes directamente proporcionais.
- Magnitudes inversamente proporcionais.
- Regra de tres simple.
- Método de redución á unidade.
- Regra de tres composta.
- Porcentaxes.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización: tres horas.

1.5 Descrición do que se vai aprender

Nesta actividade imos aprender a resolver problemas que se presentan continuamente na vida cotiá: de magnitudes proporcionais, de reparticións proporcionais e de porcentaxes.

2. Descrición da actividade

1.6 Introducción

Razón: é o cociente indicado de dous números: $\frac{a}{b}$.

Exemplo: a razón dos números 2 e 3 é $\frac{2}{3}$, que se le “2 é a 3”.

Proporción: é a igualdade de dúas razóns: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.


Os termos a e d chámanse *extremos* e os termos b e c chámanse *medios*.

Exemplo: $\frac{24}{6} = \frac{32}{8}$ lese “24 é a 6 como 32 é a 8”.

Nesta proporción os extremos son 24 e 8, e os medios son 6 e 32.

Propiedade fundamental das proporcións: nunha proporción o produto dos extremos é igual ao produto dos medios.

Exemplo: na proporción $\frac{24}{6} = \frac{32}{8}$ $\begin{cases} 24 \cdot 8 = 192 \\ 32 \cdot 6 = 192 \end{cases}$

 Tarefa 1: Cálculo do termo descoñecido dunha proporción.

Magnitudes directamente proporcionais


Dúas magnitudes son directamente proporcionais se:

- Ao aumentar unha delas (dobro, triplo, etc.) a outra tamén aumenta (dobro, triplo, etc.).
- Ao diminuír unha delas (metade, terzo, etc.) a outra tamén diminúe (metade, terzo, etc.).

Magnitudes inversamente proporcionais

Dúas magnitudes son inversamente proporcionais se:

- Ao aumentar unha delas (dobro, triplo, etc.) a outra diminúe (metade, terzo, etc.).
- Ao diminuír unha delas (metade, terzo, etc.) a outra aumenta (dobro, triplo, etc.).


 Tarefa 2: Recoñecer se dúas magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais.

Regra de tres simple directa: resolve problemas nos que interveñen dúas magnitudes directamente proporcionais.


Regra de tres simple inversa: resolve problemas nos que interveñen dúas magnitudes inversamente proporcionais.


Método de reducción á unidade: este método consiste en calcular primeiro o correspondente a unha unidade, para calcular despois o correspondente á pregunta do problema.

Regra de tres composta: a regra de tres composta resolve problemas nos que interveñen tres ou máis magnitudes directamente ou inversamente proporcionais.

 Tarefa 3: Resolución de problemas de proporcionalidade.

 Tarefa 4: Resolución de problemas de reparticións proporcionais.

 Tarefa 5: Resolución de problemas de porcentaxes.

 Tarefa 6: Resolución de problemas de aumentos e diminucións porcentuais.

1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Cálculo do termo descoñecido dunha proporción.
- Tarefa 2: Recoñecer se dúas magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais.
- Tarefa 3: Resolución de problemas de proporcionalidade.
- Tarefa 4: Resolución de problemas de reparticións proporcionais.
- Tarefa 5: Resolución de problemas de porcentaxes.
- Tarefa 6: Resolución de problemas de aumentos e diminucións porcentuais.

1.7.1 Tarefa 1: Cálculo do termo descoñecido dunha proporción

Exercicio 1.1 (distancia)

Calcule o valor da incógnita nas seguintes proporcións:

a) $\frac{x}{4} = \frac{30}{60}$

c) $\frac{3}{4} = \frac{x}{2}$

b) $\frac{24}{84} = \frac{26}{x}$

d) $\frac{26}{x} = \frac{30}{45}$

Autoavaliación

Para calcular o termo descoñecido dunha proporción aplícase a propiedade “produto de extremos igual a produto de medios”.

a) $\frac{x}{4} = \frac{30}{60} \Rightarrow x \cdot 60 = 4 \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 30}{60} = \frac{120}{60} = 2$

b) $\frac{24}{84} = \frac{26}{x} \Rightarrow 24 \cdot x = 84 \cdot 26 \Rightarrow x = \frac{84 \cdot 26}{24} = \frac{2184}{24} = 91$

$$c) \frac{3}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow 3 \cdot 2 = 4 \cdot x \Rightarrow x = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$d) \frac{26}{x} = \frac{30}{45} \Rightarrow 26 \cdot 45 = x \cdot 30 \Rightarrow x = \frac{26 \cdot 45}{30} = \frac{1170}{30} = 39$$

1.7.2 Tarefa 2: Recoñecer se dúas magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais

Exercicio 2.1 (distancia)

Indique se as seguintes magnitudes son directamente ou inversamente proporcionais:

- A cantidade de peras que mercamos e o seu prezo.
- O prezo do litro gasolina e o número de litros que podemos mercar por 20 EUR.
- A velocidade dun coche e o espazo que percorre en dúas horas.
- A velocidade dun coche e o tempo que leva chegar de Lugo a Santiago.

Autoavaliación

- Directamente proporcionais: se mercamos máis cantidade de peras custarannos máis diñeiro e se mercamos menos cantidade de peras valerannos menos.
- Inversamente proporcionais: a máis prezo por litro poderemos mercar menos litros e se o prezo do litro diminúe poderemos mercar máis.
- Directamente proporcionais: a máis velocidade percorrерemos máis distancia e a menos velocidade percorrерemos menos distancia.
- Inversamente proporcionais: a máis velocidade levaranos menos tempo chegar e a menos velocidade levaranos máis tempo.

1.7.3 Tarefa 3: Resolución de problemas de proporcionalidade

Exercicio 3.1 (presencial)

Se en dúas horas ando dez quilómetros, canto andarei en tres horas?

Autoavaliación

As magnitudes son directamente proporcionais, pois en máis tempo é evidente que andarei máis quilómetros.

1º xeito: por regra de tres.

Formulación

2 horas ----- 10 km

Proporción

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{x}$$

Resolución

$$x = \frac{3 \cdot 10}{2} = \boxed{15 \text{ km}}$$

3 horas ----- x km

2º xeito: método de redución á unidade.

Este método consiste en calcular primeiro o correspondente a unha unidade, para calcular despois o correspondente á pregunta do problema.

Se en dúas horas ando dez quilómetros.

Nunha hora (a metade) andarei cinco quilómetros (a metade).

En tres horas andarei tres veces máis, ou sexa, $3 \cdot 5 = \boxed{15 \text{ km.}}$

Exercicio 3.2 (distancia)

Andando a 6 km/h tardo catro horas en facer unha viaxe, canto tardarei se camiño a 8 km/h?

Autoavaliación

As magnitudes son inversamente proporcionais, pois a *máis* velocidade é evidente que tardarei menos tempo.

1º xeito: por regra de tres

Formulación

Proporción

Resolución

6 km/h ----- 4 horas

$$\frac{6}{8} = \frac{x}{4}$$

$$x = \frac{6 \cdot 4}{8} = \boxed{3 \text{ horas}}$$

8 km/h ----- x horas

Obsérvese que, neste caso, por seren as magnitudes inversamente proporcionais, ao formularmos a proporción escribimos a fracción inversa ($\frac{x}{4}$ en vez de $\frac{4}{x}$).

2º xeito: por redución á unidade:

Se a 6 km/h tardo catro horas:

A 1 km/h (seis veces menos) tardarei seis veces máis; é dicir, $6 \cdot 4 = 24 \text{ h.}$

A 8 km/h (oito veces máis) tardarei oito veces menos; é dicir, $\frac{24}{8} = \boxed{3 \text{ h}}$

Exercicio 3.3 (presencial)

Nunha granxa, 23 vacas comen 2.990 kg de penso en 50 días. Cantos días lles durarán 6.240 kg de penso a 75 vacas?

Autoavaliación

Este é un problema de regra de tres composta, xa que interveñen tres ou máis magnitudes directamente ou inversamente proporcionais. Para resolvelo procedemos así:

- Identificamos as magnitudes que interveñen no problema.
- Ordenamos os datos colocando en último lugar o que contén a incógnita.

- Identificamos o tipo de proporcionalidade, directa ou inversa, que hai entre cada magnitude e a que contén a incógnita.

Número de vacas *kg de penso* *Días que lles dura o penso*

23 vacas ----- 2.990 kg ----- 50 días

75 vacas ----- 6.240 kg ----- x días

O número de vacas e o número de días son magnitudes inversamente proporcionais: se temos máis vacas, o penso duraralles menos días.

A cantidade de penso e o número de días son magnitudes directamente proporcionais: se temos máis quilos de penso duraralles máis días.

Agora formulamos a seguinte proporción (téñase en conta que se unha magnitude é inversamente proporcional con respecto á que contén a incógnita invértese a razón):

$$\frac{75}{23} \cdot \frac{2990}{6240} = \frac{50}{x} \Rightarrow x = \frac{23 \cdot 6240 \cdot 50}{75 \cdot 2990} = \boxed{32 \text{ días}}$$

1.7.4 Tarefa 4: Resolución de problemas de reparticións proporcionais

Exercicio 4.1 (presencial)

Un pai reparte 36 EUR entre os tres fillos en partes directamente proporcionais ás súas idades, que son catro, seis e oito anos. Canto recibe cada un?

Autoavaliación

Suma de idades = 4 + 6 + 8 = 18

Neno de catro anos : $\frac{18}{36} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 4}{18} = \boxed{8 \text{ EUR}}$

Neno de seis anos: $\frac{18}{36} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 6}{18} = \boxed{12 \text{ EUR}}$

Neno de oito anos: $\frac{18}{36} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 8}{18} = \boxed{16 \text{ EUR}}$

Exercicio 4.2 (presencial)

Un pai reparte 40 EUR entre os dous fillos en partes inversamente proporcionais ás faltas que cada un tivo na escola, que foron catro e seis respectivamente. Canto lle corresponde a cada un?

Autoavaliación

Para repartir unha cantidade en partes inversamente proporcionais a uns números dados procédese do seguinte xeito:

- Escríbense os inversos dos números dados.
- Redúcense a común denominador as fraccións resultantes.

- Repártase a cantidade dada en partes directamente proporcionais aos numeradores obtidos.

Números inversos: $\frac{1}{4}, \frac{1}{6} \rightarrow \frac{3}{12}, \frac{2}{12}$.

Ou sexa, tres para o de catro faltas e dous para o de seis faltas.

Suma dos números: $3 + 2 = 5$.

Para o neno de catro faltas: $\frac{5}{40} = \frac{3}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 3}{5} = \boxed{24 \text{ EUR}}$

Para o neno de seis faltas: $\frac{5}{40} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{40 \cdot 2}{5} = \boxed{16 \text{ EUR}}$

1.7.5 Tarefa 5: Resolución de problemas de porcentaxes

Exercicio 5.1 (presencial)

Exprese as seguintes porcentaxes en forma de fracción e en forma decimal:

- a) 5% b) 10% c) 20% d) 25%

Autoavaliación

Lémbrese o que significa unha porcentaxe: 10% significa 10 de cada 100.

Para pór unha porcentaxe en forma de fracción divídese entre 100 e simplifícase a fracción resultante.

	Porcentaxe	Fracción	Forma decimal
a)	5%	$\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$	0,05
b)	10%	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	0,1
c)	20%	$\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$	0,2
d)	25%	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$	0,25

Exercicio 5.2 (distancia)

Calcular o 12% de 3.000.

Autoavaliación

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ --- } 12 \\ 3000 \text{ --- } x \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{3000 \cdot 12}{100} = 3000 \cdot 0,12 = \boxed{360}$$

Obsérvese que para calcular o tanto por cento dunha cantidade se multiplica a dita cantidade polo tanto por cento e divídese entre 100.

Tamén se pode facer directamente multiplicando a cantidade polo tanto por cento expresado en forma decimal.

Exercicio 5.3 (distancia)

Calcule :

- | | | | |
|----------------|---------------|---------------|---------------|
| a) 3% de 100 | b) 12 % de 50 | c) 5% de 80 | d) 6% de 60 |
| e) 15 % de 40 | f) 20% de 150 | g) 40% de 40 | h) 1% de 200 |
| i) 100% de 100 | j) 150% de 40 | k) 120% de 80 | l) 30% de 500 |

Autoavaliación

$$a) \quad 3\% \text{ de } 100 = \frac{100 \cdot 3}{100} = 100 \cdot 0,03 = 3$$

$$b) \quad 12\% \text{ de } 50 = \frac{50 \cdot 12}{100} = 50 \cdot 0,12 = 6$$

$$c) \quad 5\% \text{ de } 80 = \frac{80 \cdot 5}{100} = 80 \cdot 0,05 = 4$$

$$d) \quad 6\% \text{ de } 60 = \frac{60 \cdot 6}{100} = 60 \cdot 0,06 = 3,6$$

$$e) \quad 15\% \text{ de } 40 = \frac{40 \cdot 15}{100} = 40 \cdot 0,15 = 6$$

$$f) \quad 20\% \text{ de } 150 = \frac{150 \cdot 20}{100} = 150 \cdot 0,20 = 30$$

$$g) \quad 40\% \text{ de } 40 = \frac{40 \cdot 40}{100} = 40 \cdot 0,40 = 16$$

$$h) \quad 1\% \text{ de } 200 = \frac{200 \cdot 1}{100} = 200 \cdot 0,01 = 2$$

$$i) \quad 100\% \text{ de } 100 = 100$$

$$j) \quad 150\% \text{ de } 40 = \frac{40 \cdot 150}{100} = 40 \cdot 1,50 = 60$$

$$k) \quad 120\% \text{ de } 80 = \frac{80 \cdot 120}{100} = 80 \cdot 1,20 = 96$$

$$l) \quad 30\% \text{ de } 500 = \frac{500 \cdot 30}{100} = 500 \cdot 0,30 = 150$$

Exercicio 5.4 (distancia)

O 12% dunha cantidade é 360. Calcule a dita cantidade.

Autoavaliación

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ ----- } 12 \\ x \text{ ----- } 360 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{360 \cdot 100}{12} = \boxed{3000}$$

Exercicio 5.5 (presencial)

Nunha poboación de 3.000 persoas, 360 son nenos. Que porcentaxe do total representan?

Autoavaliación

$$\left. \begin{array}{l} 3000 \text{ ----- } 360 \\ 100 \text{ ----- } x \end{array} \right\} x = \frac{360 \cdot 100}{3000} = \boxed{12\%}$$

1.7.6 Tarefa 6: Resolución de problemas de aumentos e diminucións porcentuais

Exercicio 6.1 (presencial)

Un libro de 20 EUR aumenta o seu prezo nun 12%. Canto vale agora?

Autoavaliación

$$\begin{aligned} \text{Prezo final} &= \text{prezo inicial} + \text{aumento} = 20 + 20 \cdot 0,12 = 20 \cdot (1+0,12) = \\ &= 20 \cdot 1,12 = \boxed{22,40 \text{ EUR}} \end{aligned}$$

Fíxese en que se nos aumentan un 12%, en realidade temos que pagar o 112%.

Exercicio 6.2 (presencial)

Un traxe valía 240 EUR e rebáixase nun 25 %. Canto vale agora?

Autoavaliación

$$\begin{aligned} \text{Prezo final} &= \text{prezo inicial} - \text{rebaixa} = 240 - 240 \cdot 0,25 = 240 \cdot (1 - 0,25) = \\ &= 240 \cdot 0,75 = \boxed{180 \text{ EUR}} \end{aligned}$$

Obsérvese que se nos rebaixan un 25% temos que pagar só o 75%.

Exercicio 6.3 (distancia)

Por unha enciclopedia pagáronse 265 EUR, incluído o IVE, que ascendeu ao 6% do prezo da enciclopedia. Calcule o prezo da enciclopedia antes de lle aplicar o IVE.

Autoavaliación

Prezo final = prezo inicial + 6% de IVE.

$$265 = x + 6\% \text{ de } x$$

$$265 = x + 0,06 x$$

$$265 = 1,06 x \Rightarrow x = \frac{265}{1,06} = 250 \text{ €}$$

Comprobación:

$$250 \text{ EUR} + 6 \% \text{ de } 250 \text{ EUR} = 250 \text{ EUR} + 0,06 \cdot 250 \text{ EUR} = 250 \text{ EUR} + 15 \text{ EUR} = 265 \text{ EUR}$$

